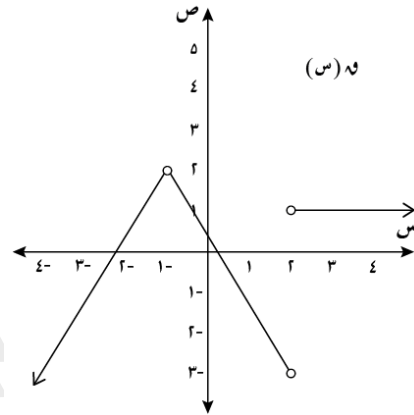


الوحدة الأولى : النهايات والاتصال :

مثال (١) :

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران f (س) ،
فجد قيمة كل مما يأتي :



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

مثال (٣) :

بالاعتماد على الجدول التالي ، جد $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

٣,١	٣,٠١		٢,٩٩	٢,٩	(س)
٥,٩	٥,٩٩		٧,٠١	٧,١	ف(س)

الحل :

مثال (٤) :

إذا علمت ان $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$ ،

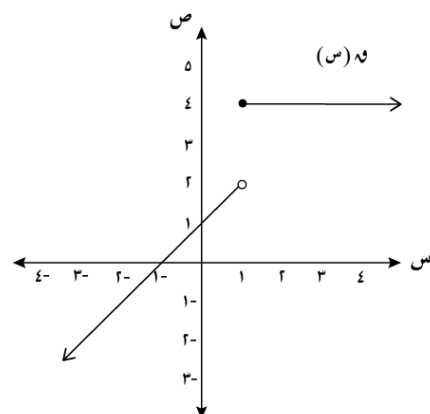
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7$ ، فجد قيمة كل مما يأتي :

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x) + h(x)) =$$

الحل :

مثال (٢) :

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران f (س) ،
فجد قيمة كل مما يأتي :



مثال (5) :

إذا كان $s = 10$ ، نها $s = 10$ ،نها $s = 10$ ، $s = 10$ ، فجد :نها $s = 10$ ، $s = 10$ ، $s = 10$ ،

الحل :

(أ) $s = 10$ (ب) نها $s = 10$ (ج) نها $s = 10$

مثال (8) :

(أ) إذا كان $s = 10$ ، $s = 10$ ، $s = 10$ ،

حيث (ص) مجموعة الاعداد الصحيحة ، فجد :

(أ) نها $s = 10$ (ب) نها $s = 10$ (ج) نها $s = 10$

مثال (6) :

إذا كان $s = 10$ ، $s = 10$ ، $s = 10$ ،

جد قيمة كل مما يلي :

(أ) $s = 10$ (ب) نها $s = 10$ (ج) نها $s = 10$ (د) نها $s = 10$

مثال (9) :

(أ) إذا كانت $s = 10$ ، $s = 10$ ، $s = 10$ ،

الحل :

مثال (7) :

إذا كان $s = 10$ ، $s = 10$ ، $s = 10$ ،

جد قيمة كل مما يلي :

$$\left. \begin{array}{l} ١ < س \text{ ، } ٢٠ - س \\ ١ = س \text{ ، } ٢٠ \\ ١ > س \text{ ، } ٢٤ + س \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } (س) \text{ و}$$

فجد قيمة (١) التي تجعل نهاه (س) موجودة
س ← ١

الحل :

$$(٢) \text{ اذا كانت } نهاه = ١٦ - ج ، \text{ فجد } (ج)$$

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \text{ ، } ٤ + ج \\ ٢ \leq س \text{ ، } ٦ - س \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } (س) \text{ و}$$

فجد قيمة الثابت (ج) اذا كانت نهاه (س) موجودة
س ← ٢

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س \text{ ، } ٤ - س \\ ٢ > س \text{ ، } ١٢ + س \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } (س) \text{ و}$$

فجد قيمة الثابت (١) اذا كانت نهاه (س) موجودة
س ← ١

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س \text{ ، } ١ + س \\ ٢ > س \text{ ، } ٤ + س \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } (س) \text{ و}$$

وكانت نهاه (س) = ٢٤ موجودة ،
س ← ٢

فجد قيم (١ ، ب)

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ١ > س \text{ ، } ٧ - س \\ ١ \leq س \text{ ، } ٢٢ + ١ \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } (س) \text{ و}$$

فجد قيمة الثابت (١) اذا كانت نهاه (س) موجودة
س ← ١

الحل :

مثال (١٠) :

جد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(١) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 9}{s^2 - 6}$$

$$(٦) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 + 5s^2 + 6s}{s^2 - 4}$$

(٧) اذا كانت $W(s) = s$ ، احسب

$$\lim_{s \rightarrow 3} \frac{W(s) - W(9)}{s + 3}$$

$$(٢) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 10s}{s^3 - 6s^2}$$

$$(٣) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 + 3s - 10}{s^2 + s - 6}$$

$$(٨) \lim_{s \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{s}}{s - 3}$$

$$(٤) \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^3 - 9s}{s^3 - s^2}$$

$$(٩) \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{3}{s+4} - \frac{1}{s+2}}{s+1}$$

$$(٥) \lim_{s \rightarrow 1} \frac{9 - (2+s)^2}{s-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{9-s^2}{3-s} = (s) \text{ ع (2)} \\ \text{عند } s=3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} s \neq 3 \\ s=3 \end{array}$$

الحل :

$$(10) \text{ نها } \frac{9-s^2}{25-s^2} = \frac{3-s}{5-s}$$

$$(11) \text{ نها } \frac{\sqrt{s}-2\sqrt{s-1}}{1-s^2}$$

مثال (12) :

$$\left. \begin{array}{l} s^3 + 2s \geq 2 \\ s^3 + 2s < 2 \end{array} \right\} = (s) \text{ اذا كان وه (1)}$$

فجد قيمة (1) التي تجعل الاقتران متصلا عند $s=2$ الحل :

$$(12) \text{ نها } \frac{s-4}{5+\sqrt{s-3}}$$

مثال (11) :

ابحث الاتصال في كل من الاقترانات التالية :

$$(1) \text{ وه (س) } = \left. \begin{array}{l} s+2 \leq 1 \\ s+3 > 1 \end{array} \right\} \text{ عند } s=1$$

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12-s^3}{4-s^3-2} = (s) \text{ اذا كان وه (2)} \\ s \neq 4 \end{array} \right\}$$

جد قيمة (2) التي تجعل وه (س) متصلا عند $s=4$ الحل :

مثال (١٣) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 > 2 \\ \text{س}^2 \leq 2 \end{array} \right\} = \text{اذا كان } \text{وه (س)}$$

وكان هـ (س) = $\text{س}^2 + 5$ ابحث في اتصال
وه + هـ عند س = 2

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 2 = \text{ب} \\ \text{س}^2 = 2 \\ \text{س}^2 + 1 = 3 \end{array} \right\} = \text{اذا كان } \text{وه (س)}$$

وكان وه (س) متصل عند س = 3 ، فما قيمة ١ ، ب

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - 5 > 0 \\ \text{س} - 5 \leq 0 \end{array} \right\} = \text{اذا كان } \text{وه (س)}$$

وكان هـ (س) = $\frac{\text{س} - 3}{\text{س}^2 - 5}$ ابحث في اتصال
(وه × هـ) (س) عند س = 5

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 2 = \text{ب} \\ \text{س}^2 = 2 \\ \text{س}^2 + 3 = \text{ب} \end{array} \right\} = \text{اذا كان } \text{وه (س)}$$

وكان وه (س) متصلا عند س = 2 ، فما قيم ١ ، ب

الحل :

مثال (١٤) :

١) جد نقاط عدم الاتصال للاقتـران

$$وه (س) = \frac{س - ٣}{س - ٢ - س - ٦}$$

الحل :

مثال (١٦) :

في الشكل الذي يمثل وه (س) ، جد :

$$أ) نها وه (س)_{س \leftarrow ٢+}$$

$$ب) نها \left(وه (س) - ٤ \right)_{س \leftarrow ١} + \frac{س - ٣}{٢}$$

ج) قيم (س) التي عندما وه غير متصل

الحل :

$$٢) اذا كان وه (س) = \frac{٧}{س - ٢} + \frac{٥}{س - ٢ - ٩}$$

ما نقاط الانقطاع ؟

الحل :

مثال (١٥) :

اذا كان وه ، ه كثيري حدود وكان

$$نها وه (س) = ١٢ ، نها ه (س) = ١٠ ، جد :$$

$$أ) نها \left(وه (س) \frac{٨}{س - ١} \right)_{س \leftarrow ٢}$$

ب) قيمة (م) اذا كان

$$٢٨ = ((م) وه (س) - ٢)$$

الحل :

مثال (١٧) :

$$اذا كان وه (س) = \frac{س - ٦}{س + ٣ - ١٠} ، جد :$$

أ) قيم (س) التي عندما وه غير متصل

$$ب) نها وه (س)_{س \leftarrow ٣}$$

الحل :

الوحدة الثانية : التفاضل :

مثال (١) :

١) جد مقدار التغير في (س) اذا تغيرت (س) من (٥) الى (٣ -)

الحل :

٢) اذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٧) وكانت $s_1 = 4$ ، فجد (s_2)

الحل :

مثال (٢) :

١) اذا كان $s_1 = 1$ ، $s_2 = 2$ وكانت $s_3 = 3$ ، فجد مقدار التغير في (س)

الحل :

٣) اذا كان معدل التغير في الاقتران $s_1 = 3$ ، $s_2 = 1$ في الفترة $[1, 3]$ يساوي (٧) وكان

هـ (س) $= 2$ ، فجد معدل التغير في

هـ (س) في الفترة $[1, 3]$

الحل :

٢) اذا علمت ان مقدار التغير في الاقتران $s_1 = 8$ ، $s_2 = 4$ وكانت

هـ (٤) $= 5$ ، اوجد هـ (٢)

الحل :

١) اذا كان $s_1 = 3$ ، $s_2 = 5$ ، فجد معدل التغير للاقتران عندما تتغير (س) من (٢) الى (٧)

الحل :

٢) اذا كان معدل التغير للاقتران $s_1 = 5$ ، $s_2 = 8$ وكانت (٥) وكانت (٣) تتغير من (٣) الى (٥) وكانت هـ (٥) $= 8$ ، فجد هـ (٣)

الحل :

٤) اذا كان $و(س) = س^3 - ٥$ ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠, ٥)$ ، $(٢, ٢)$

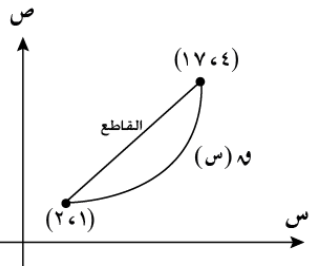
الحل :

٤) اذا كان $و(س) = \begin{cases} ٢س \\ ١-س \end{cases}$ ، $٢ \geq س \geq ٤$ ، $٦ \geq س > ٤$ ، فجد معدل التغير في الاقتران $و(س)$ عندما تتغير $(س)$ من (٣) الى (٦)

الحل :

٣) اعتمادا على الشكل المجاور ، جد معدل التغير في الاقتران $و(س)$ في الفترة $[٤, ١]$

الحل :



٤) اذا كان $و(س) = س^٢ + ٢$ وكان معدل التغير في $و(س) = ٣$ عندما تتغير $(س)$ من (صفر) الى (٢) ، فجد قيمة الثابت (٢)

الحل :

مثال (٥) :

٣) اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في اثناء سقوطه الى الاسفل بالعلاقة : $ف(س) = ٣٠س - ٥س^٢$ ، احسب السرعة المتوسطة في الفترة $[١, ٣]$

الحل :

مثال (٤) :

٣) اذا كان $و(س) = س^٢ - ٣$ ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(١, ٢)$ ، $(٣, ٦)$

الحل :

٤) اذا كان $و(س) = \sqrt{4-س}$ ، فجد المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام

الحل :

مثال (٦) :

١) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، اوجد $و'(س)$ للاقتزان $و(س) = ٣س - ٧$

الحل :

٥) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، اوجد $و(س) = ٧ -$ للاقتزان $و'(س)$

الحل :

٢) اذا كان $و(س) = ٣س^٢ + ٥$ ، جد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

٦) اذا كانت $\Delta ص = ٣س^٢ + ٤س + ٩س^٢$ ، احسب $و'(٢)$

الحل :

٣) اذا كان $و(س) = ٣س^٣ + ٧$ ، جد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة عند $س = ٣$

الحل :

مثال (٧) :

٥) اذا كان وه (س) = س^٣ - ٢√س ، فجد :

$$(أ) \text{ نها } \frac{وه(١) - وه(١+هـ)}{هـ}$$

$$(ب) \text{ نها } \frac{وه(٢) - وه(٢+هـ)}{هـ}$$

$$(ج) \text{ نها } \frac{وه(١) - وه(٤)}{١-٤}$$

الحل :

مثال (٩) :

٣) اذا كانت وه(١) = ٥ ، وه(١) = ٢ - ،

هـ(١) = ٤ ، هـ(١) = ٢ ، احسب ما يلي :

$$(أ) وه(١) \times هـ(١) \quad (ب) \left(\frac{وه}{هـ} \right) (١)$$

$$(ج) \left(\frac{٣}{وه} \right) (١) \quad (د) \left(\frac{هـ}{٥} \right) (١)$$

$$(هـ) \sqrt{وه(س)} \quad (و) وه(١+هـ) (١)$$

$$(ز) وه(٣) (١)$$

$$(ح) (س) هـ(٣) (س) (١)$$

الحل :

مثال (٨) :

اذا كان وه(س) = ١ س^٣ - ٣ س^٢ - ٢ س^١ ، فجد قيمة الثابت (١) التي تجعل وه(١) = ٠

الحل :

مثال (٩) :

اذا كان وه(٢) = ٣ ، وه(٢) = ٤ ، وكانت

ل(س) = ٢س + وه(س) + ٩ ، فجد ل(٢)

الحل :

مثال (١٠) :

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي :

$$(١) ص = ع^٤ + ع^٣ + ع^٢ ، ع = س + \frac{٧}{٢} س$$

الحل :

مثال (١١) :

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي :

$$(١) و(س) = ٥س^٤ - ٢س^٣ - س^٢ - س + ٢$$

$$(٢) و(س) = ٥س^٣ + ٢\sqrt{٢س} + \frac{٣}{س^٥}$$

$$(٣) و(س) = (٣س^٢ + ٩)(٦س^٢ + \sqrt{س})$$

$$(٢) ص = ٢ع^٣ + ع ، ع = \sqrt{٢س^٣} + ٢$$

الحل :

$$(٤) و(س) = -٥س^٢ جتاس + ٣ظاس$$

$$(٥) و(س) = \frac{جتاس}{١ + جتاس}$$

$$(١٠) ص = ٣ + ع^٢ ، ع = (س^٢ - ٢س)^٣$$

الحل :

$$(٦) و(س) = \frac{٢ -}{س^٢ - س + ٣س}$$

$$(٧) و(س) = \frac{٢س^٢ - جتاس}{١٤ -}$$

الوحدة الثالثة : تطبيقات التفاضل :

مثال (١) :

(١) اذا كان $و (س) = س^٣ - ٥س^٢ + ٧$ ، فجد ميل
المماس لمنحنى $و (س)$ عند $س = ٢$

الحل :

(٢) اذا كان $و (س) = (س٣ + ٢)٤$ ، فجد ميل المماس
عند (١٦٠)

الحل :

مثال (٢) :

(١) اذا كان $و (س) = س^٢ + \sqrt{س}$ ، جد معادلة
المماس عند $س = ١$

الحل :

$$(٨) ص = \sqrt[٥]{س + ٩}$$

$$(٩) ص = س^٢ + \sqrt{س} + س^{-٣} - ٣س^٢ + \frac{٦}{س}$$

$$(١٠) و (س) = (٢س - ٥)^٤$$

$$(١١) و (س) = (٣س - ٢)^٧ ، عندما س = ١$$

$$(١٢) و (س) = (س^٢ + ٤س + ٦)^{\frac{٧}{٦}}$$

$$(١٣) و (س) = \sqrt[٣]{٥ - س}$$

$$(١٤) و (س) = جا س^\circ$$

$$(١٥) و (س) = \frac{١}{٣}س^٢ (٣س - ٤)^\circ$$

مثال (٤) :

(١) يتحرك جسيم حسب العلاقة :

ف $(\nu) = \nu^3 - \nu^2 + \nu + 1$ ، جد السرعة

عندما التسارع $2 \text{ م} / \text{ث}^2$

الحل :

(٢) اذا كان ν (س) $= \frac{\nu^2 + 1}{\nu^3 + 1}$ ، جد معادلة المماس عند النقطة $(1, \frac{1}{4})$

الحل :

مثال (٣) :

(١) اذا كان ν (س) $= 5 + \nu^2$ ، فجد قيمة (س)

عندما يكون ميل المماس يساوي (٣)

الحل :

(٢) يتحرك جسيم حسب العلاقة :

ف $(\nu) = \frac{1}{\nu^3} - \frac{2}{\nu^2} + \nu + 1$ ، جد التسارع

عندما السرعة $1 - \text{م} / \text{ث}$

الحل :

(٢) اذا كان ν (س) $= 1 + \nu^2 + 2\nu + 5$ ، حيث (١)

عدد ثابت وكان ميل المماس عندما $\nu = 2$ يساوي

(٢٨) ، فما قيمة الثابت (١)

الحل :

(٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة :

ف $(\nu) = 3\nu^2 + 2\nu + 1$ ، حيث (ف) المسافة

بالامتار ، (ν) الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسيم بعد

مرور (٣) ثواني من بدء الحركة

الحل :

مثال (٥) :

تحرك جسيم بحيث كان بعده عن نقطة الاصل بالأمتار بعد
(٧) ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة :
ف (٧) = $2\sqrt{7}$ ، اذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة
الزمنية [٠،٢] تساوي سرعته اللحظية بعد مرور (٣)
ثوان ، فجد قيمة (٢)

الحل :

$$(٢) \text{ و } (س) = (س + ١)(س + ٢)$$

الحل :

$$(٣) \text{ و } (س) = \frac{١}{٣} س^٣ - س^٤$$

الحل :

$$(٤) \text{ و } (س) = س^٣ - ٣س^٢ - ٩س + ٣$$

الحل :

مثال (٦) :

جد فترات التزايد والتناقص والقيم الحرجة والقيم القصوى
لكل من الاقترانات التالية :

$$(١) \text{ و } (س) = س^٢ + ٢س + ١$$

الحل :

$$(٥) \text{ و } (س) = س^٢ - ٢س^٣$$

الحل :

$$٦) \text{ وه } (س) = س^2 (س - ١)$$

الحل :

فترات التزايد :

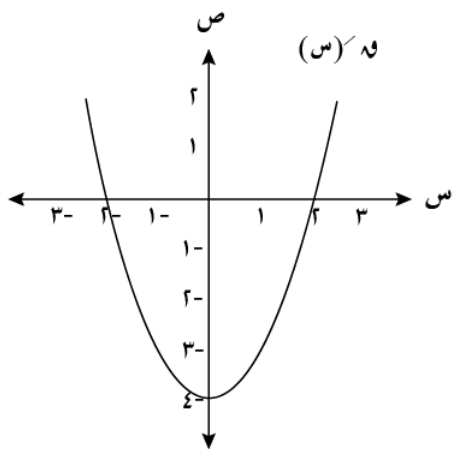
فترات التناقص :

القيم الحرجة :

القيم القصوى :

مثال (٨) :

معتمدا على الرسم التالى والتي تمثل منحنى وه (س) جد خواص الاقتران وه (س) (فترات التزايد والتناقص ، القيم الحرجة ، القيم القصوى)



فترات التزايد :

فترات التناقص :

القيم الحرجة :

القيم

$$٧) \text{ وه } (س) = س^2 (س - ٣)$$

الحل :

$$٨) \text{ وه } (س) = س^3 + ١$$

الحل :

مثال (٩) :

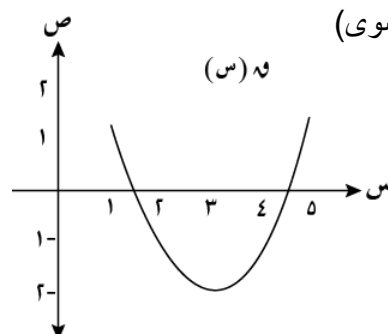
$$٢) \text{ اذا كان للاقتران وه } (س) = ٢س^٢ + ١٢س - ١٥$$

قيمة حرجة عندما $س = ١$ ، جد قيمة الثابت (٢)

الحل :

مثال (٧) :

معتمدا على الرسم التالى والتي تمثل منحنى الاقتران وه (س) جد خواص الاقتران (فترات التزايد والتناقص ، القيم الحرجة ، القيم القصوى)



مثال (١٠) :

(١) ينتج مصنع للثلجات (س) ثلاجة شهريا ، فاذا كانت التكلفة للانتاج تعطى بالعلاقة :
 له (س) = $36000 + 4س + س^2$ وكان يبيع
 الثلاجة الواحدة بسعر (٥٠٠) دينار ، فجد :

(أ) اقتران الايراد الكلي

(ب) عدد الثلاجات التي يجب ان يبيعها المصنع شهريا لتحقيق
 اكبر ربح ممكن

الحل :

(٤) اذا كان $ع = (٧٨ - ٢١س)$ تمثل معادلة السعر
 وكان له (س) = $36س^2 + ٦س + ٢٠$ تمثل التكلفة
 فجد عدد الوحدات اللازم انتاجها حتى يكون الربح اكبر ما
 يمكن

الحل :

(٤) اذا كانت $ع = \frac{300}{س+٢}$ تمثل معادلة العرض والطلب
 اوجد الايراد الحدي عندما ينتج (٨) وحدات

الحل :

(٢) ينتج مصنع اجهزة تلفاز وكان يبيع الوحدة بسعر (٧٠)
 دينار ، فاذا كانت التكلفة الكلية بالدينار لانتاج (س)
 وحدة من هذه السلعة هي
 له (س) = $6000 + 50س + 0.02س^2$
 فجد :

(أ) اقتران الايراد الكلي

(ب) عدد الوحدات التي يجب انتاجها حتى يحقق اكبر ما يمكن

الحل :

